



基于三线性应变软化模型的综采工作面煤壁片帮深度解析预测

迟国铭 李刚 张春会 徐刚

引用本文：

迟国铭, 李刚, 张春会, 等. 基于三线性应变软化模型的综采工作面煤壁片帮深度解析预测[J]. 煤炭科学技术, 2024, 52(7): 1-10.

CHI Guoming, LI Gang, ZHANG Chunhui. Analytical solution of predicting rib spalling depth of fully-mechanized coal working face based on tri-linear strain softening model[J]. Coal Science and Technology, 2024, 52(7): 1-10.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12438/cst.2023-1927>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

“三软”煤层工作面煤壁片帮防治试验研究

Experiment on prevention and control of coal wall spalling in three soft coal seam working face

煤炭科学技术. 2022, 50(9): 20-29 <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/059a94c6-849a-4b3f-b848-491edce0c935>

大采高工作面煤壁片帮拉-剪破坏共存机制研究

Study on co-existence mechanism of tensile-shear failure of rib spalling in large mining height working face

煤炭科学技术. 2020, 48(12) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/1d58aa3e-293f-4917-88cf-23881adddd4c>

大采高工作面片帮机理及控制技术研究

Study on mechanism and control technology of rib spalling in large mining height working face

煤炭科学技术. 2020, 48(3) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/23d59efb-857b-41bf-b4aa-3c6e060c6a81>

邻空厚煤层高强度开采工作面煤壁失稳机理

Instability mechanism of rib in high-strength mining face beside gob with thick coal seam

煤炭科学技术. 2021, 49(12): 75-81 <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/ec11e163-d4e5-4923-9382-020fe45edfa1>

深埋巷道拉裂-剪切式片帮力学机理及支护技术

Mechanical mechanism and support technology of deep-buried roadway tensile-shear failure of rib spalling

煤炭科学技术. 2021, 49(12): 49-57 <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/8f917ad8-fba5-46e9-bb86-bd64490504f5>

综采工作面液压支架自主调斜调偏技术研究

Study on autonomic tilting and offsetting technology of hydraulic support in fully-mechanized working face

煤炭科学技术. 2019(10) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/f1265c90-e924-4eea-b71f-c0875b252191>



关注微信公众号，获得更多资讯信息

采矿科学与工程



迟国铭, 李刚, 张春会, 等. 基于三线性应变软化模型的综采工作面煤壁片帮深度解析预测[J]. 煤炭科学技术, 2024, 52(7): 1-10.

CHI Guoming, LI Gang, ZHANG Chunhui, et al. Analytical solution of predicting rib spalling depth of fully-mechanized coal working face based on tri-linear strain softening model[J]. Coal Science and Technology, 2024, 52(7): 1-10.

移动扫码阅读

基于三线性应变软化模型的综采工作面煤壁片帮深度解析预测

迟国铭¹, 李刚¹, 张春会², 徐刚³

(1. 辽宁工程技术大学 矿业学院, 辽宁 阜新 123000; 2. 河北科技大学 河北省岩土与结构体系防灾减灾技术创新中心, 河北 石家庄 050018;

3. 天地科技股份有限公司 开采设计事业部, 北京 100013)

摘要: 为预测综采工作面煤壁片帮深度, 以煤壁为研究对象, 煤壁煤体视作三线性应变软化材料; 将直接顶和基本顶视作宏观顶板, 建立了宏观顶板与煤层、支架相互作用的承载力学模型, 结合边界条件推导了综采工作面煤壁片帮深度解析计算公式, 利用该公式研究上湾煤矿 12401 工作面煤壁片帮情况, 分析影响煤壁片帮的因素及影响规律, 结果表明: ①推导获得的煤壁片帮深度计算公式能够较准确计算综采工作面煤壁片帮深度, 能够定量分析顶板特性和支架参数等对煤壁片帮深度的影响。②增加支架初撑力能够降低煤壁片帮深度; 增加支架刚度能够降低煤壁片帮深度, 但效果较差; 增加支架护帮板支护强度, 煤壁片帮深度近似线性减小。③顶板厚度和抗拉强度增加, 煤壁片帮深度增长, 但增长速率随顶板厚度和抗拉强度增加逐渐趋缓。这主要由于顶板厚度和抗拉强度增加, 顶板破断步距增大, 向采空区内旋转下沉角度增大所致。④综采采高对煤壁片帮深度有很大影响, 综采采高增大, 煤壁片帮深度近似线性增长。⑤煤体单轴抗压强度增大, 煤壁片帮深度减小, 顶底板与煤层界面之间的摩擦因数增大, 煤壁片帮深度减小。⑥顶板动载系数增大, 煤壁片帮深度近似线性增大。

关键词: 综采工作面; 煤壁片帮深度预测; 液压支架; 宏观顶板结构

中图分类号: TD324

文献标志码: A

文章编号: 0253-2336(2024)07-0001-10

Analytical solution of predicting rib spalling depth of fully-mechanized coal working face based on tri-linear strain softening model

CHI Guoming¹, LI Gang¹, ZHANG Chunhui², XU Gang³

(1. School of Mining Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China; 2. Hebei Technological Innovation center of Disaster Prevention and Mitigation Engineering of Geotechnical and Structural System, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang 050018, China; 3. Coal Mining and Designing Department, Tiandi Science and Technology Co., Ltd., Beijing 100013, China)

Abstract: In order to predict rib spalling depth in fully-mechanized mining faces, taking the coal wall as the research object, the coal wall is regarded as a tri-linear strain softening material. Then the direct roof and main roof are taken as macro roof, and the bearing mechanical model for the interaction between macro roof, coal seam, and support is established. Combined with the boundary conditions, the analytical solution of rib spalling depth in fully mechanized mining faces is derived in this paper. The analytical solution was used to investigate the situation of coal wall spalling in the 12401 working face of Shangwan Coal Mine, and the factors and laws influencing coal wall spalling were researched. The results show that: ① The analytical solution of rib spalling depth in the fully mechanized working face in this paper is reliable and reasonable, and can quantitatively investigate the effects of roof characteristics and support parameters. ② Increasing the initial support force can reduce rib spalling depth. Increasing the stiffness of the support can reduce rib spalling depth,

收稿日期: 2023-10-20 责任编辑: 常琛 DOI: 10.12438/cst.2023-1927

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51574139); 河北省自然基金资助项目(E2023208053)

作者简介: 迟国铭(1977—), 男, 内蒙古赤峰人, 教授级高级工程师。E-mail: Chiguoming516@126.com

however the effect is poor. The supporting strength of the support protective plate, and the rib spalling depth decreases approximately linearly. ③ With the thickness and tensile strength of the roof macroscopic increasing, the rib spalling depth increases. However its growth rate gradually slows down. The main reasons are that the periodic fracture length increases with increment of the thickness and tensile strength of the roof, which leads to increment of the angle of rotation and sinking towards the goaf. ④ The mining height has a significant effect on the rib spalling depth. The rib spalling depth linearly increases with the mining height. ⑤ With uniaxial compressive strength of coal increasing, the rib spalling depth decreases. With the interface friction coefficient between the roof and the coal increasing, the rib spalling depth decreases. ⑥ With the dynamic loading coefficient of the roof increasing, the rib spalling depth increases linearly.

Key words: fully-mechanized coal working face; spalling depth prediction; hydraulic support; structures of macro roof

0 引言

煤壁片帮及其诱发的冒顶灾害不仅影响煤矿正常开采,严重时还会造成设备损坏,甚至人员伤亡^[1-3]。国内外对煤壁片帮开展了大量研究。宋振骐等^[4]通过数值模拟分析了采高、煤硬度等对综采工作面煤壁稳定的影响。王国法等^[5]采用数值模拟方法分析了铰接前梁和整体顶梁2种不同顶梁结构对煤壁片帮的影响。LEE等^[6]建立了煤壁片帮的模糊概率预测模型。王家臣等^[7]提出工作面煤壁3种破坏模式。宁宇^[8]通过数值模拟分析了煤壁片帮的机制及控制技术。武永平等^[9]建立煤壁空间承载的力学模型,结合数值计算与理论分析研究了大倾角软煤综采工作面的片帮机制。常聚才等^[10]将煤体变形简化为线弹性和2段理想塑性,推导了煤壁破坏区宽度计算公式。尹希文等^[11]采用材料力学中压杆稳定模型预测煤壁片帮形式和深度。张银亮等^[12]分析了护帮板结构对煤壁稳定的影响。袁永等^[13]采用“楔形”滑动体模型研究“三软”大采高综采面煤壁稳定性。杨敬轩等^[14]研究了煤层硬夹矸对大采高工作面煤壁稳定性的影响。BAI等^[15]在FLAC下建立了煤壁片帮的数值模型,探究了煤壁片帮的机制及影响因素。李晓坡等^[16]引入Bishop法分析煤壁的稳定性。许永祥等^[17]分析了煤壁板裂化特征及防治技术。罗生虎等^[18]建立了大采高大倾角综采工作面煤壁承载模型,分析煤壁失稳机制。吴学明等^[19]研究了“三软”煤层注浆加固防治片帮技术。张金虎等^[20]依托金鸡滩煤矿,研究了硬煤层煤壁片帮机制和防控技术。PENG等^[21]基于能量释放建立了深部岩体片帮的预测准则。这些已有研究探究了不同煤层赋存条件下煤壁的片帮机制和防治技术,促进了我国矿井煤壁片帮灾害预报与防治技术发展。近些年,大采高综合机械化采煤技术快速发展,大采高综采(包括综放)已成为我国厚及特厚煤层的主要开采方法。液压支架是综采工作面最重要的主体支护设备。李恒等^[22]数值模拟结果表明,综采液压支架初撑力对煤

壁片帮有很大影响。这意味着液压支架及顶板形成的承载结构不仅影响工作面覆岩移动和矿压显现^[23-26],也是煤壁片帮的重要影响因素。从综采面顶板-液压支架形成的承载结构出发,探究煤壁片帮机制及片帮深度解析预测方法对于综采工作面片帮灾害的理论研究和灾害防治都具有重要意义。

笔者依托上湾煤矿12401综采工作面,分析煤壁煤体承载直至失稳破坏的应变软化行为,分析综采工作面顶板、支架及煤壁相互作用及承载结构,建立综采工作面煤壁承载力学模型,推导煤壁片帮深度解析预测公式,从而为综采工作面煤壁片帮灾害理论研究及灾害防治提供基础理论。

1 煤壁煤体变形特性及片帮深度

综采工作面煤炭资源采出后,顶板向采空区内旋转,引起煤壁处应力集中,煤壁竖向压力增大,煤壁煤体破碎、脱落,形成片帮灾害。煤壁煤体在竖向集中应力作用下的破坏、脱落可以通过单轴压缩试验研究。

从上湾煤矿12401工作面取煤,制成标准煤样,在刚性试验机上开展单轴和三轴压缩试验。典型单轴压缩试验结果如图1所示。由图1可见,天然煤体是一种应变软化材料。竖向荷载增加,煤体变形大致包括弹性压密(OA段)、线弹性(AB段)、应变硬化(BC段)、应变软化(CD段)和残余强度承载(DE段)5个阶段,这与承载岩石的变形破坏过程类似。本文将弹性压密OA段、线弹性AB段和应变硬化BC段合并,统称为线弹性阶段,于是煤壁煤体变形本文简化为3个线性阶段,即线弹性阶段OC、应变软化阶段CD和残余强度承载DE,其示意如图2所示。图2中C为煤体峰值强度点,峰值强度记为 σ_u ,峰值强度对应的应变为 ϵ_i^p ,应变软化CD段的斜率本文称为峰后软化模量,记为 E_s ,残余强度承载阶段DE对应的残余强度为 σ_{ur} 。观测单轴压缩煤样的破坏形态,在弹性变形阶段煤体完整,煤样内没有宏观裂纹;当荷载达到煤峰值强度附近,煤样内的微裂隙扩展、汇聚成核,发育成宏观裂纹;再增加荷载,煤体

内宏观裂纹继续扩展, 并伴随新的宏观裂纹形成, 煤体强度快速降低, 但煤体依然较为完整, 如图1所示; 当煤体变形进入残余强度阶段, 煤体内裂隙发育, 煤体为裂隙切割, 呈破碎状, 煤体完整性破坏, 如图1所示。煤体单轴压缩试验与综采工作面煤壁煤体受支承压力作用破坏失稳的应力路径相近, 根据煤体单轴试验结果和破坏形态分析, 本文认为综采工作面煤壁片帮深度就是煤壁煤体进入残余强度承载的区域深度, 这种思路与文献[10]一致。

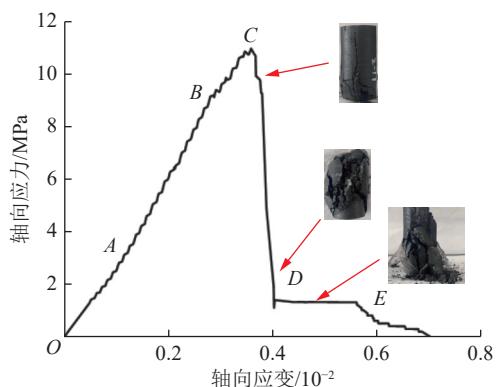


图1 上湾煤矿煤的单轴压缩试验结果

Fig.1 Experimental results of coal of Shangwan Coal Mine under uniaxial compression

图2为煤体的三阶段简化应力应变关系, 煤体峰值强度前弹性变形阶段积聚弹性应变能为 W_e , 在峰值强度后煤体将消耗能量, 用于煤体的微观损伤和宏观破坏, 这部分塑性应变能记为 W_p , 当塑性应变能大于弹性应变能, 即煤体破坏所需要的能量大于煤壁弹性阶段集聚的能量, 此时外力对煤体做功, 煤体发生大位移变形, 煤壁易于失稳^[27], 于是从能量角度给出煤体失稳判据为:

$$\begin{aligned} W_e - W_p &> 0, \text{ 煤体稳定} \\ W_e - W_p &= 0, \text{ 临界稳定} \\ W_e - W_p &< 0, \text{ 煤体失稳} \end{aligned} \quad (1)$$

式中, W_e 为煤体弹性应变能; W_p 为煤体塑性应变能, 其如图2所示。

由图2可以看出, 煤样峰值强度后继续加载, 煤体塑性应变能增加, 煤体从稳定向临界稳定和失稳状态转变。从已有试验结果统计分析, 当煤体变形进入残余强度阶段, 煤体塑性应变能通常都大于煤体弹性应变能, 煤体失稳, 引起煤壁片帮。

综合本文试验结果、文献[10]及文献[27]的研究结果, 本文认为综采工作面煤壁片帮深度就是煤壁在顶板及上覆荷载作用下煤壁煤体进入残余强度的区域的深度。

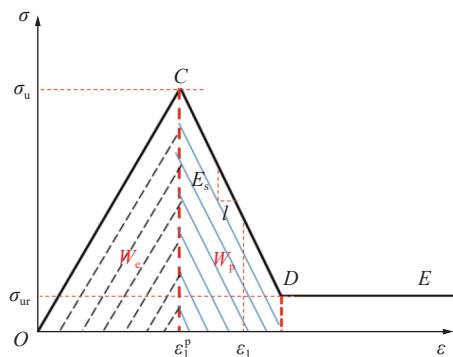


图2 煤体简化应力应变关系

Fig.2 Simplified stress-strain relationship of coal

2 综采工作面顶板承载结构

根据已有试验和理论研究^[23-24,26-27], 大采高综采工作面直接顶一般随采随冒, 未冒落部分与基本顶共同形成悬臂式承载结构^[26], 其示意如图3所示。顶板煤壁前方为煤层支承, 后方为支架支承, 支架后方顶板不触矸, 呈悬臂状态。上方覆岩静载及岩层破断传递的动载作用于顶板上, 顶板弯曲下沉, 附加弯矩导致煤壁支承压力增大和片帮, 为便于分析, 本文将直接顶与基本顶合并视作宏观顶板^[28]和研究对象。

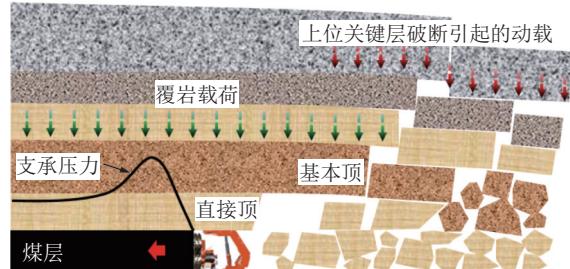


图3 综采工作面顶板结构示意

Fig.3 Sketch of roof structure of fully-mechanized coal working face

从以上分析可见, 综采工作面支架与宏观顶板共同承担上覆岩静动载荷。在覆岩静动载荷作用下顶板弯曲下沉, 荷载传递至煤层, 引起煤壁受载压缩, 在煤壁内形成破坏区、软化区和弹性区, 其示意如图4所示。图4中, 以煤壁与底板交点为原点, 向煤壁前方为x轴正向, 向上为y轴正向, 建立 xOy 坐标系。图4中, 煤壁破坏区宽度为 x_t , 软化区宽度为 x_s , 两者之和为塑性区宽度 x_p , 破坏区与软化区界点为 Q_1 , 软化区与弹性区界点为 Q_2 , 支架支承区与采空悬臂段界点为 M_1 , 则悬臂段长度为 M_1M_2 , 支架支承区域为 OM_1 。

以宏观顶板为研究对象, 顶板形成煤层、支架支承的悬臂梁承载结构。

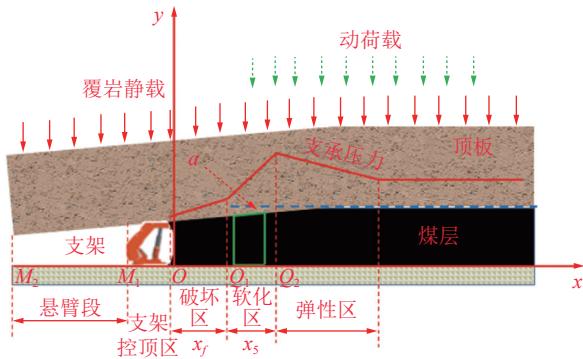


图 4 顶板与煤壁相互作用示意

Fig.4 Sketch of interaction between main roof and coal wall

在 $x \geq 0$, 有

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = q_y - k_{\text{coal}} w \quad (2)$$

式中, E 为顶板弹性模量; I 为顶板截面惯性矩; q_y 为作用于顶板的静动载荷; k_{coal} 为煤层支承刚度; w 为顶板下沉量。

煤层支承刚度^[29] 可以写为

$$k_{\text{coal}} = \begin{cases} k_{c0} \exp \left[- \left(\frac{w - w_0}{w_m} \right)^m \right], & w > w_0 \\ k_{c0}, & w \leq w_0 \end{cases} \quad (3)$$

式中, k_{c0} 为煤弹性变形时的支承刚度; w_0 , w_m 和 m 为拟合参数, 利用煤单轴压缩全程应力应变曲线拟合获得。

从式(3)可见, 当 w 大于 w_0 后, 煤体进入应变软化状态, 支承刚度下降。

在支架控顶区 OM_1 内, 有

$$\begin{aligned} EI \frac{d^4 w}{dx^4} &= (q_y - q_0) - k_{sj} w, & F < F_s \\ EI \frac{d^4 w}{dx^4} &= (q_y - q_s), & F \geq F_s \end{aligned} \quad (4)$$

式中, q_0 为支架初撑支护强度; F 为支架工作阻力; F_s 为支架额定工作阻力; q_s 为额定支护强度; k_{sj} 为支架支承刚度。

在采空区 M_1M_2 内, 有

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = q_y \quad (5)$$

式(2)—式(5)结合边界条件, 可以计算工作面推进过程中顶板的内力分布、下沉曲线^[23–24], 进而确定顶板向采空区内旋转下沉角度 α 。

顶板向采空区内旋转下沉, 引起煤壁应力重分布和应力集中, 在煤壁形成破坏区、软化区和弹性区, 其中破坏区煤体破碎、脱落, 形成片帮灾害。

3 综采工作面煤壁片帮力学模型

3.1 煤壁煤体承载变形的三线性应变软化模型

如图 2 所示, 煤体变形包括 3 个线性阶段: 线弹性阶段 OC 、应变软化阶段 CD 和残余流动阶段 DE 。线弹性 OC 段煤体变形服从广义胡克定律。C 点为煤体的峰值强度, 服从 Mohr-Coulomb 准则^[30], 为

$$\sigma_1 = k\sigma_3 + \sigma_u \quad (6)$$

式中, σ_1 为轴向应力 (大主应力); σ_3 为围压 (小主应力); $k = (1 + \sin \varphi)/(1 - \sin \varphi)$; σ_u 为单轴抗压强度; φ 为煤体内摩擦角。

CD 为应变软化阶段, CD 上任意一点的强度可以写为

$$\sigma_1 = k\sigma_3 + \sigma_u - E_s (\varepsilon_1 - \varepsilon_1^p) \quad (7)$$

式中, ε_1 为 CD 中间某点的应变; ε_1^p 为峰值应力点对应的应变; E_s 为峰后软化模量。

DE 为残余流动阶段, 残余强度可以写为

$$\sigma_1 = k_r \sigma_3 + \sigma_{ur} \quad (8)$$

式中, $k_r = (1 + \sin \varphi_r)/(1 - \sin \varphi_r)$; σ_{ur} 为残余单轴抗压强度; φ_r 为与煤体残余强度对应的残余内摩擦角。

煤岩等天然地质体, 遭受荷载作用破坏后摩擦阻力变化不大^[31–33]。煤壁煤体破坏的强度降低可视作黏聚力降低引起, 煤体破坏前后内摩擦角不变, 于是:

$$\varphi = \varphi_r, \quad k = k_r \quad (9)$$

3.2 煤壁片帮承载力学模型及片帮深度解析公式

顶板在自重及覆岩荷载作用下向采空区内回转下沉, 引起煤壁应力重分布和应力集中, 在煤壁形成破坏区、软化区和弹性区, 其中破坏区煤体易于破碎、脱落, 形成片帮灾害。

综采工作面顶板在覆岩动静荷载作用下向采空区内回转及下沉, 其示意如图 4 所示。由图 4 可见, 顶板向采空区内旋转下沉角度 α 是影响煤壁片帮的重要参数, α 由第 2 节中的顶板承载结构力学模型求解, 该值受顶板特性 (如顶板厚度、模量、抗拉强度等) 及支架参数 (如初撑力、支承刚度等) 等因素的影响。

如若顶板旋转下沉角度为 α , 取煤壁为研究对象, 建立综采工作面煤壁承载力学模型, 进而推导煤壁片帮深度解析计算公式。

由图 4 中 x 处任取一煤壁单元 dx (图 4 中绿框部分), dx 单元体力学分析如图 5 所示。由 x 和 y 方向的力学平衡, 有^[34]:

$$\sigma_x(h_2 + x \tan \alpha) - (\sigma_x + d\sigma_x)[h_2 + (x + dx) \tan \alpha] + \\ \tau_u \cos \alpha \frac{dx}{\cos \alpha} + \sigma_y dx \tan \alpha + \tau_d dx = 0 \quad (10)$$

$$\sigma_{yg} dx + \tau_u dx \tan \alpha - \sigma_y \cos \alpha \frac{dx}{\cos \alpha} = 0 \quad (11)$$

$$\tau_u = c_{in} + f_{in} \sigma_y \quad (12)$$

$$\tau_d = c_{in} + f_{in} \sigma_{yg} \quad (13)$$

式中, h_2 为煤体采厚; σ_x 为单元 dx 的 x 方向应力; σ_{yg} 为单元 dx 与底板界面处 y 方向应力; σ_y 为垂直于单元 dx 与顶板界面的应力; τ_u 为单元 dx 与顶板界面的摩阻力; τ_d 为单元 dx 与底板界面的摩阻力; c_{in} 和 f_{in} 分别为顶底板与单元 dx 交界面的黏聚力和摩擦因数。

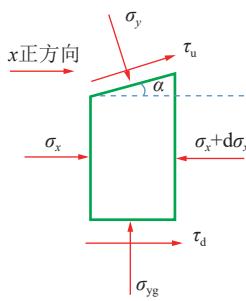


图 5 综采工作面煤壁媒体单元力学分析

Fig.5 Mechanical analysis of element of coal wall of fully-mechanized coal face

综采液压支架护帮板支承煤壁, 假设护帮板支护力均匀作用于煤壁, 其等效支护强度为 p_i , 则煤壁表面的应力边界条件为

$$\sigma_{x,x=0} = p_i \quad (14)$$

顶板旋转下沉角度 α 一般不大, 可将 σ_x 视作小主应力, σ_{yg} 视作大主应力, 于是在 x_f 范围内有^[32]:

$$\sigma_{yg} = k_r \sigma_x + \sigma_{ur}, \quad 0 \leq x \leq x_f \quad (15)$$

式(10)—式(14)联立求解, 结合泰勒展开和简化, 获得煤壁破坏区内的应力解答为

$$\sigma_x = \frac{c_{in} + f_{in} \sigma_{ur}}{k_r f_{in}} \left[\left(1 + \frac{\alpha x}{h_2} \right)^{\frac{2k_r f_{in}}{\alpha}} - 1 \right] + p_i \left(1 + \frac{\alpha x}{h_2} \right)^{\frac{2k_r f_{in}}{\alpha}} \quad (16)$$

$$\sigma_{yg} = \sigma_y = \frac{c_{in} + f_{in} \sigma_{ur}}{f_{in}} \left(1 + \frac{\alpha x}{h_2} \right)^{\frac{2k_r f_{in}}{\alpha}} - \frac{c_{in}}{f_{in}} + \\ k_r p_i \left(1 + \frac{\alpha x}{h_2} \right)^{\frac{2k_r f_{in}}{\alpha}} \quad (17)$$

软化区的应力解答为

$$\sigma_x = \frac{\sigma_u - \sigma_{ur}}{k} + \frac{c_{in} + f_{in} \sigma_{ur}}{k f_{in}} \left(1 + \frac{\alpha x}{h_2} \right)^{\frac{2k f_{in}}{\alpha}} - \\ \frac{c_{in} + f_{in} \sigma_u}{k f_{in}} + p_i \left(1 + \frac{\alpha x}{h_2} \right)^{\frac{2k f_{in}}{\alpha}} \quad (18)$$

$$\sigma_{yg} = \sigma_y = \frac{c_{in} + f_{in} \sigma_{ur}}{f_{in}} \left(1 + \frac{\alpha x}{h_2} \right)^{\frac{2k f_{in}}{\alpha}} + \sigma_u - \\ \sigma_{ur} - \frac{c_{in}}{f_{in}} + k p_i \left(1 + \frac{\alpha x}{h_2} \right)^{\frac{2k f_{in}}{\alpha}} - \frac{E_s \theta}{H} (x_p - x) \quad (19)$$

弹性区与软化区界面 Q_2 处竖向集中应力为

$$\sigma_{ye} = K \gamma H \quad (20)$$

式中, K 为应力集中系数, 根据数值模拟结果, 一般取 $2.5 \sim 3.0$; γ 为覆岩自重; H 为覆岩高度。

在 Q_2 处, 竖向应力连续, 由式(19)和式(20)有

$$\left(\frac{c_{in} + f_{in} \sigma_{ur}}{f_{in}} + k p_i \right) \left(1 + \frac{\alpha x_p}{h_2} \right)^{\frac{2k f_{in}}{\alpha}} + \sigma_u - \sigma_{ur} - \frac{c_{in}}{f_{in}} = K \gamma H \quad (21)$$

于是

$$x_p = \frac{h_2}{\alpha} \left\{ \left[\left(K \gamma H + \sigma_{ur} + \frac{c_{in}}{f_{in}} - \sigma_u \right) \left(\frac{f_{in}}{c_{in} + f_{in} \sigma_{ur} + f_{in} k p_i} \right) \right]^{\frac{\alpha}{2k f_{in}}} - 1 \right\} \quad (22)$$

Q_1 对应图 2 中 D 点, Q_2 对应图 2 中 C 点, 由几何关系, 则 Q_1 和 Q_2 之间任意点的应变为

$$\varepsilon_{1-2} = \frac{x_p - x}{h_2} \tan \alpha + \varepsilon_1^p \quad (23)$$

于是, 软化区宽度 x_s 为

$$x_s = \frac{\sigma_u - \sigma_{ur}}{E_s \tan \alpha} h_2 \approx \frac{\sigma_u - \sigma_{ur}}{E_s \alpha} h_2 \quad (24)$$

根据图 4, 煤壁片帮深度 $x_f = x_p - x_s$, 则煤壁片帮深度解析计算公式为

$$x_f = \frac{h_2}{\alpha} \left\{ \left[\left(K \gamma H + \sigma_{ur} + \frac{c_{in}}{f_{in}} - \sigma_u \right) \left(\frac{f_{in}}{c_{in} + f_{in} \sigma_{ur} + f_{in} k p_i} \right) \right]^{\frac{\alpha}{2k f_{in}}} - 1 \right\} - \frac{\sigma_u - \sigma_{ur}}{E_s \alpha} h_2 \quad (25)$$

式(25)为本文综采工作面煤壁片帮深度解析计算公式, 式(25)中 α 受支架刚度、初撑力、额定支护强度及顶板岩层力学特点等因素影响, 采用第 2 节综采工作面顶板承载结构力学模型求解。

4 工程应用

上湾煤矿 12401 综采工作面, 采高 8.8 m, 煤层

埋深189 m,采用ZY26000/40/88D型两柱掩护式液压支架,控顶长度6.0 m,支架中心距2 400 mm,额定工作阻力26 000 kN,初撑力13 000 kN,3级护帮,根据施工中护帮板安装质量,护帮板支护强度在0.05~0.3 MPa。

12401工作面直接顶厚8 m,基本顶厚16 m,基本顶抗拉强度为4.6 MPa,弹性模量为12.2 GPa。基本顶垮落不触矸。将直接顶作为荷载施加于基本顶,形成煤层、支架支承的悬臂承载结构。利用煤单轴压缩试验结果拟合,煤层的支承刚度参数为: $k_{c0}=120$ MPa/m, $m=3.8$, $w_0/h_2=0.4\%$, $w_{max}/h_2=0.98\%$,支架的支承刚度为45 MPa/m,额定工作阻力为26 000 kN。根据式(2)—式(5),采用笔者编制的计算程序求解^[23-24],获得顶板周期垮落步距11.8 m,顶板周期垮落时的弯曲下沉角度为3.1°。

12401综采工作面覆岩容重 $\gamma=25$ kN/m³,煤壁高度8.8 m,煤体与顶底板界面的摩擦因数 $f_{in}=0.2$, $c_{in}=0.25$ MPa,煤体单轴抗压强度11.7 MPa,单轴抗压强度1.9 MPa,煤体峰后软化模量 $E_s=5 410$ MPa。煤体内摩擦角35.0°,煤壁应力集中系数区 $K=3.0$ 。

取护帮板支护强度分别为0.05,0.10,0.15,0.20,0.25和0.30 MPa,计算获得煤壁内破坏区和软化区竖向应力分布如图6所示。图6中软化区右末端点就是软化区与弹性区交界位置。本文聚焦研究煤壁片帮深度(或破坏区深度),不关注弹性区内的应力分布,故没有给出弹性区的竖向应力分布。由图6可见,在煤壁破坏区和软化区内竖向应力分布呈现不同特征。在破坏区,煤体破坏后为残余强度,强度低,相应的竖向应力值较小,向内随着水平应力增加,竖向应力缓慢增长。从破坏区软化区交界向内,竖向应力增长更快,这主要是由于软化区煤体强度高

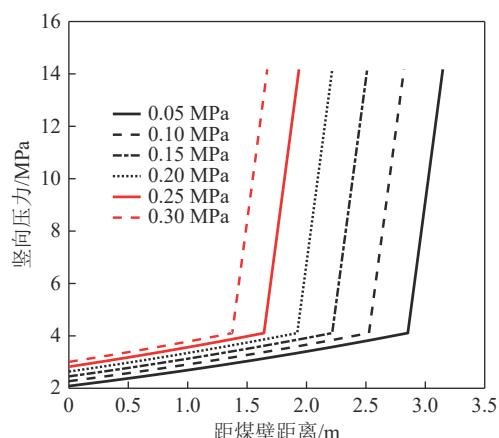


图6 护帮板不同支护强度竖向应力分布

Fig.6 Vertical stress distribution under the condition of different support strength

于破坏区,其承载能力较高所致。在软化区与弹性区交界处,竖向应力达到最大值,最大值为14.18 MPa,为煤壁上方覆岩自重应力的3倍。

利用式(24)和式(25)获得不同护帮板支护强度下煤壁片帮深度如图7所示。由图7可见,支架安装质量越好,护帮板支护强度高,煤壁片帮深度越小,煤壁片帮深度随护帮板支护强度增加近似线性减小。现场监测结果表明,支架安装质量较差时,护帮板支护强度约为0.05 MPa,相应的煤壁片帮深度约为2.85 m。支架安装质量较好时,护帮板支护强度较高,约0.3 MPa,煤壁片帮深度约为1.37 m,片帮深度减少了1.48 m,降低了51.9%。

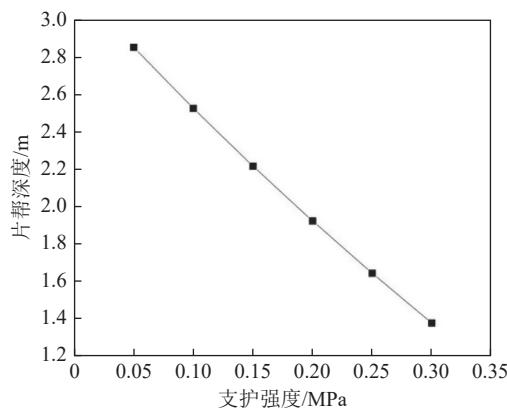


图7 支护强度对煤壁片帮深度的影响

Fig.7 Effects of support strength on spalling depth of coal rib

表1为上海煤矿12401工作面现场实测片帮深度情况。由表1可见,支架实测片帮深度大致在1.2~2.5 m,现场调查表明片帮深度变化主要由支架安装质量导致。对比本文计算结果与实测结果,实测结果基本与本文解析公式计算结果一致,总体上本文解析公式能够较准确计算综采工作面煤壁片帮深度。本文解析计算公式按平面应变条件考虑,实际工程则具有空间效应,本文解析公式计算结果比实测结果稍有偏大。图8为12401工作面现场某次煤壁片帮照片,由图可见,片帮煤壁煤体破裂,呈破碎状从煤壁剥落,这与单轴压缩煤样失稳破坏时的状态相似。

表1 12401工作面煤壁不同位置片帮深度

Table 1 The spalling depth of coal rib of working face at different position

| 支架编号 | 平均深度/m | 支架编号 | 平均深度/m |
|---------|--------|---------|--------|
| 1~15 | 1.2 | 16~30 | 2.1 |
| 31~80 | 2.5 | 81~100 | 1.6 |
| 101~115 | 1.8 | 116~125 | 1.6 |

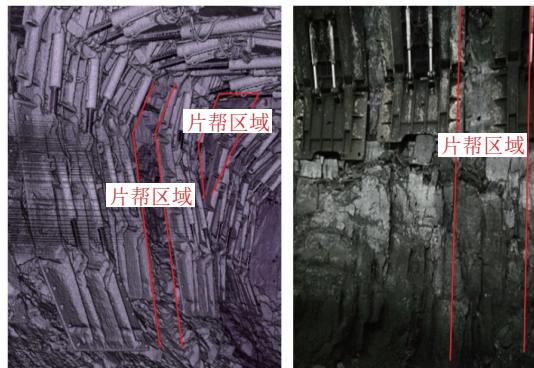


图 8 12401 现场工作面煤壁片帮情况

Fig.8 Rib spalling situations of No. 12401 working face

5 参数分析

将第4节上海煤矿12401综采工作面作为基本算例,具体参数参考第4节,护帮板支护强度取为0.1 MPa。

5.1 支架初撑力和支架刚度的影响

取支架初撑力分别为9, 11, 13, 15和17 MN, 利用本文综采工作面煤壁片帮深度解析计算式(25)和综采工作面顶板承载结构模型(后面简称“本文方法”),获得不同初撑力下煤壁片帮深度如图9所示。

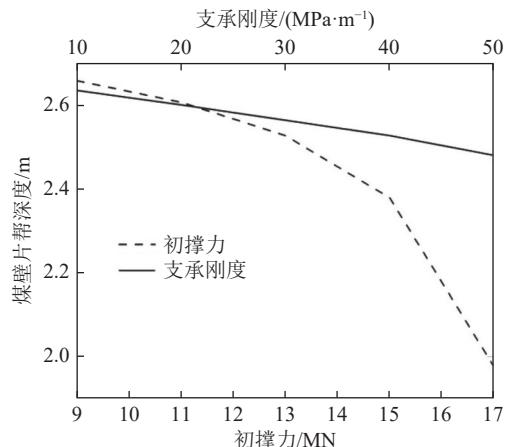


图 9 初撑力和支架刚度对煤壁片帮深度的影响

Fig.9 Effects of initial support force and support stiffness on coal wall spalling depth

由图9可见,随着支架初撑力提高,煤壁片帮深度显著减小。这主要是由于支架初撑力提高,使得顶板向采空区旋转下沉角度减小所致。初撑力从9 MN增加至11 MN,煤壁片帮深度减小了0.06 m,减小速率为0.03 m/MN,初撑力从15 MN增加至17 MN,煤壁片帮深度减小了0.4 m,减小速率为0.2 m/MN,这意味着随初撑力增加煤壁片帮深度减小速率增大。在工程实践中,应尽量提高支架初撑力、快速及时施加初撑力,这些措施能够有效降低煤

壁片帮深度。

取支架支承刚度分别为10, 20, 30, 40和50 MPa/m,利用式(25)计算获得不同支架刚度下煤壁片帮深度如图9所示。支架支承刚度从10 MPa/m增加至50 MPa/m,煤壁片帮深度减小0.16 m。从计算结果来看,提高支架刚度对减小煤壁片帮深度的效果不大。已有工程实践中鲜有涉及支架刚度对煤壁片帮的影响,本文将在后续研究中加强这方面观测,验证上述研究结论。

5.2 顶板厚度和抗拉强度的影响

取顶板厚度分别为12, 14, 16, 18和20 m,利用式(25)获得不同顶板厚度下煤壁片帮深度如图10所示。由图10可见,随着顶板厚度增加,煤壁片帮深度增长,增长速率随顶板厚度增加逐渐趋缓。

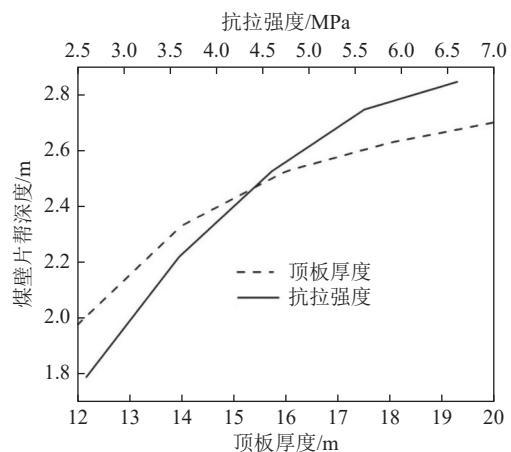


图 10 顶板厚度和抗拉强度对煤壁片帮深度的影响

Fig.10 Effects of thickness and tension strength of roof on coal wall spalling depth

取顶板抗拉强度分别为2.6, 3.6, 4.6, 5.6和6.6 MPa,利用式(25)获得抗拉强度与煤壁片帮深度关系如图10所示。由图10可见,与顶板厚度对煤壁片帮深度影响的规律类似,煤壁片帮深度随顶板抗拉强度增加也呈非线性增长。在抗拉强度为2.6 MPa时,煤壁片帮深度为1.79 m,抗拉强度为6.6 MPa时,片帮深度2.85 m,片帮深度增加了59.2%。这主要是由于:顶板厚度和抗拉强度增加,顶板抵抗覆岩荷载的能力增强,顶板破断步距增大,向采空区内旋转下沉的角度增大,使得作用于煤壁上的覆岩荷载增大所致。工程实践中,对于硬厚顶板采取水力压裂、钻孔爆破预裂等顶板弱化处理技术,降低顶板破断步距,能够有效防治煤壁片帮灾害。

5.3 煤层采高的影响

综采工作面采高一般在4 m以上。近些年大采高综采工作面不断涌现,如纳林河二矿3¹煤综采工

作面采高6 m,补连塔煤矿综采工作面采高7.8 m,上湾煤矿12401综采工作面采高8.8 m等。本文取采高分别为4.0,5.0,6.0,7.0,8.0和9.0 m,利用式(25)获得综采采高与煤壁片帮深度关系如图11所示。由图11可见,采高4.0 m时,煤壁片帮深度约为1.15 m,采高9.0 m时,煤壁片帮深度约为2.58 m,煤壁片帮深度增加了124.3%,综采工作面煤壁片帮深度随采高增大近似线性增长。

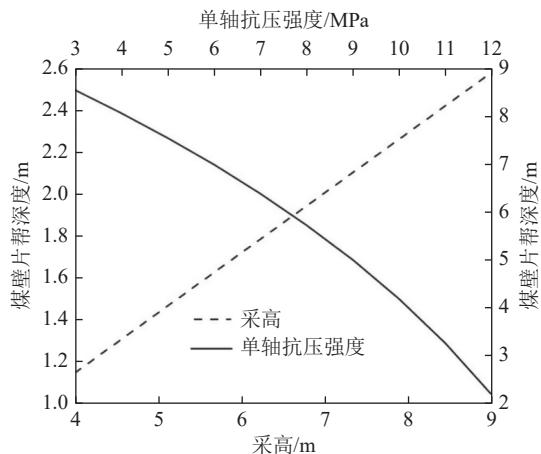


图11 煤层采高和单轴抗压强度对煤壁片帮深度的影响

Fig.11 Effects of mining height and uniaxial compression strength on spalling depth of coal rib

在工程实践中,当综采工作面片帮严重时,适当降低采高能够显著减小煤壁片帮深度,提高煤壁稳定性,减轻片帮灾害。上海煤矿12401工作面开采实践中,在工作面矿压显现强烈时,适当降低采高,从而缓解煤壁片帮灾害。

5.4 煤体单轴抗压强度的影响

煤体是天然地质作用的产物,不同地区的煤沉积条件、矿物组分、煤体结构等不同,其强度差异很大。煤体单轴抗压强度与煤壁片帮深度的关系如图11所示。由图11可见,随着煤体单轴抗压强度增加,煤壁的片帮深度非线性减小。在开始阶段,煤壁片帮深度近似线性减小,在单轴抗压强度8 MPa后快速减小。这意味着煤体单轴抗压强度越大,煤壁片帮深度越小,煤壁越不易片帮。

从上湾煤矿12401工作面现场监测来看,在煤体裂隙发育明显、煤体强度偏低的开采区域,煤壁片帮问题较严重,在煤体强度偏高的开采区域,煤壁完整性好,片帮灾害轻,这与本文结论一致。

5.5 顶底板与煤体界面摩擦因数的影响

顶底板与煤的摩擦因数与煤壁片帮深度的关系如图12所示。由图12可见,随着顶底板与煤界面之间的摩擦因数增大,煤壁片帮深度非线性减小。

注浆加固、锚杆或锚索等界面强化技术能提高顶底板与煤壁之间的摩擦因数,也能够有效减小综采工作面煤壁片帮深度,提高煤壁稳定性。

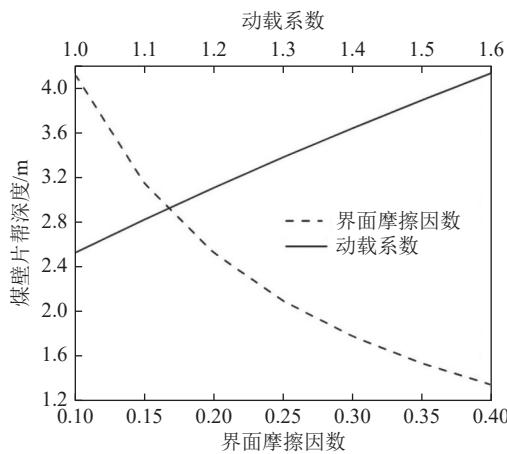


图12 界面摩擦因数和动载系数对片帮深度的影响

Fig.12 Effects of friction coefficient and dynamic loading coefficient on spalling depth of coal rib

5.6 动载系数的影响

工作面上方顶板断裂,释放能量,传递至煤壁引起动载。动载引起工作面来压,支架急增阻和煤壁大范围片帮。现有工作面矿压监测结果表明,动载系数大致在1.0~1.6。利用利用式(25)获得动载系数与煤壁片帮深度的关系如图12所示。由图可见,随着动载系数增加,煤壁片帮深度近似线性增大,这意味着工作面来压时煤壁片帮更严重。在动载系数1.6时,煤壁片帮深度达到4.1 m,这比工作面无来压(动载系数1.0)时增加了64.0%。

6 结 论

- 本文推导获得的煤壁片帮深度计算公式能够较准确计算综采工作面煤壁片帮深度,定量分析顶板特性和支架参数等对煤壁片帮深度的影响。

- 液压支架初撑力对煤壁片帮有很大影响。增加初撑力能够降低煤壁片帮深度,初撑力增大,煤壁片帮深度减小速率增大;增加支架护帮板支护强度,能减小煤壁片帮深度;增加支架刚度降低煤壁片帮深度的效果较差。

- 顶板厚度和抗拉强度增加,煤壁片帮深度增长。这主要由于顶板厚度和抗拉强度增加,顶板破断步距增大,向采空区内旋转下沉角度增大,使得作用于煤壁上的覆岩荷载增大所致。

- 综采采高增大,煤壁片帮深度近似线性增长;煤体单轴抗压强度增大,煤壁片帮深度减小,顶底板与煤界面之间的摩擦因数增大,煤壁片帮深度减小;

顶板动载系数增大,煤壁片帮深度近似线性增大,工作面来压时煤壁片帮深度大。

5) 提高综采工作面液压支架支承刚度、提高初撑力、提高护帮板支护强度、降低采高、顶板压裂卸压等都能够减小煤壁片帮深度,减轻煤壁片帮灾害。

参考文献(References):

- [1] 钱鸣高,石平五,许家林.矿山压力与岩层控制(2版)[M].徐州:中国矿业大学出版社,2010.
- [2] 韩宇峰,王兆会,唐岳松.大采高工作面支架刚度对煤壁稳定性的影响效应研究[J].*煤炭科学技术*,2023,51(5):1–9.
HAN Yufeng, WANG Zhaohui, TANG Yuesong. Influence of support stiffness on face stability in longwall face with large cutting height[J]. *Coal Science and Technology*, 2023, 51(5): 1–9.
- [3] 吴学明,雷照源,文杰.“三软”煤层工作面煤壁片帮防治试验研究-剪破坏共存机制研究[J].*煤炭科学技术*,2020,50(9):20–29.
WU Xueming, LEI Zhaoyuan, WEN Jie, et al. Experiment on prevention and control of coal wall spalling in three soft coal seam working face[J]. *Coal Science and Technology*, 2020, 50(9): 20–29.
- [4] 宋振骐,梁盛开,汤建泉,等.综采工作面煤壁片帮影响因素研究[J].*湖南科技大学学报(自然科学版)*,2011,26(1):1–4.
SONG Zhenqi, LIANG Shengkai, TANG Jianquan, et al. Study on the influencing factors of coal wall rib spalling in fully mechanized working face[J]. *Journal of Hunan University of Science & Technology (Natural Science Edition)*, 2011, 26(1): 1–4.
- [5] 王国法,庞义辉,刘俊峰.特厚煤层大采高综放开采机采高度的确定与影响[J].*煤炭学报*,2012,37(11):1777–1782.
WANG Guofa, PANG Yihui, LIU Junfeng. Determination and influence of cutting height of coal by top coal caving method with great mining height in extra thick coal seam[J]. *Journal of China Coal Society*, 2012, 37(11): 1777–1782.
- [6] LEE K H, BANG J H, LEE I M, et al. Use of fuzzy probability theory to assess spalling occurrence in underground openings[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2013, 64: 60–67.
- [7] 王家臣,王兆会,孔德中.硬煤工作面煤壁破坏与防治机理[J].*煤炭学报*,2015,40(10):2243–2250.
WANG Jiachen, WANG Zhaohui, KONG Dezhong. Failure and prevention mechanism of coal wall in hard coal seam[J]. *Journal of China Coal Society*, 2015, 40(10): 2243–2250.
- [8] 宁宇.大采高综采煤壁片帮冒顶机理与控制技术[J].*煤炭学报*,2009,34(1):50–52.
NING Yu. Mechanism and control technique of the rib spalling in fully mechanized mining face with great mining height[J]. *Journal of China Coal Society*, 2009, 34(1): 50–52.
- [9] 伍永平,郎丁,解盘石.大倾角软煤综放工作面煤壁片帮机理及致灾机制[J].*煤炭学报*,2016,41(8):1878–1884.
WU Yongping, LANG Ding, XIE Panshi. Mechanism of disaster due to rib spalling at fully-mechanized top coal caving face in soft steeply dipping seam[J]. *Journal of China Coal Society*, 2016, 41(8): 1878–1884.
- [10] 常聚才,谢广祥,张学会.特厚煤层大采高综放工作面煤壁片帮机制分析[J].*岩土力学*,2015,36(3):803–808.
CHANG Jucui, XIE Guangxiang, ZHANG Xuehui. Analysis of rib spalling mechanism of fully-mechanized top-coal caving face with great mining height in extra-thick coal seam[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(3): 803–808.
- [11] 尹希文,闫少宏,安宇.大采高综采面煤壁片帮特征分析与应用[J].*采矿与安全工程学报*,2008,25(2):222–225.
YIN Xiwen, YAN Shaohong, AN Yu. Characters of the rib spalling in fully mechanized caving face with great mining height[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2008, 25(2): 222–225.
- [12] 张银亮,刘俊峰,庞义辉,等.液压支架护帮机构防片帮效果分析[J].*煤炭学报*,2011,36(4):691–695.
ZHANG Yinliang, LIU Junfeng, PANG Yihui, et al. Effect analysis of prevention rib spalling system in hydraulic support[J]. *Journal of China Coal Society*, 2011, 36(4): 691–695.
- [13] 袁永,屠世浩,马小涛,等.“三软”大采高综采面煤壁稳定性及其控制研究[J].*采矿与安全工程学报*,2012,29(1):21–25.
YUAN Yong, TU Shihao, MA Xiaotao, et al. Coal wall stability of fully mechanized working face with great mining height in “three soft” coal seam and its control technology[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2012, 29(1): 21–25.
- [14] 杨敬轩,刘长友,吴锋锋,等.煤层硬夹矸对大采高工作面煤壁稳定性影响机理研究[J].*采矿与安全工程学报*,2013,30(6):856–862.
YANG Jingxuan, LIU Changyou, WU Fengfeng, et al. The research on the coal wall stability mechanism in larger height coal seam with a stratum of gangue[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2013, 30(6): 856–862.
- [15] BAI Q S, TU S H, CHEN M, et al. Numerical modeling of coal wall spall in a longwall face[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2016, 88: 242–253.
- [16] 李晓坡,康天合,杨永康,等.基于Bishop法的煤壁滑移危险性及其片帮深度的分析[J].*煤炭学报*,2015,40(7):1498–1504.
LI Xiaopo, KANG Tianhe, YANG Yongkang, et al. Analysis of coal wall slip risk and caving depth based on Bishop method[J]. *Journal of China Coal Society*, 2015, 40(7): 1498–1504.
- [17] 许永祥,王国法,李明忠,等.超大采高综放工作面板裂化片帮特征及合理护帮控制[J].*煤炭学报*,2021,46(2):357–369.
XU Yongxiang, WANG Guofa, LI Mingzhong, et al. Investigation on coal face slabbed spalling features and reasonable control at the longwall face with super large cutting height and longwall top coal caving method[J]. *Journal of China Coal Society*, 2021, 46(2): 357–369.
- [18] 罗生虎,伍永平,刘孔智,等.大倾角大采高综采工作面煤壁非对称受载失稳特征[J].*煤炭学报*,2018,43(7):1829–1836.
LUO Shenghu, WU Yongping, LIU Kongzhi, et al. Asymmetric load and instability characteristics of coal wall at large mining height fully-mechanized face in steeply dipping seam[J]. *Journal of China Coal Society*, 2018, 43(7): 1829–1836.
- [19] 吴学明,雷照源,文杰.“三软”煤层工作面煤壁片帮防治试验

- 研究[J]. 煤炭科学技术, 2022, 50(9): 20–29.
- WU Xueming, LEI Zhaoyuan, WEN Jie. Experiment on prevention and control of coal wall spalling in three soft coal seam working face[J]. Coal Science and Technology, 2022, 50(9): 20–29.
- [20] 张金虎, 李明忠, 杨正凯, 等. 超大采高综采工作面煤壁片帮机理及多维防护措施研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2021, 38(3): 487–495.
- ZHANG Jinhu, LI Mingzhong, YANG Zhengkai, et al. Mechanism of coal wall spalling in super high fully mechanized face and its multi-dimensional protection measures[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2021, 38(3): 487–495.
- [21] Peng Xiao, Diyuan Li, Guoyan Zhao, et al. New criterion for the spalling failure of deep rock engineering based on energy release[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2021, 148: 104943.
- [22] 李恒, 康天合, 李晓坡, 等. 大采高综采支架初撑力对煤壁稳定性的影响研究[J]. 煤炭科学技术, 2016, 44(9): 67–71, 92.
- LI Heng, KANG Tianhe, LI Xiaopo, et al. Study on setting load of powered support in high cutting fully-mechanized coal mining face affected to coal wall stability[J]. Coal Science and Technology, 2016, 44(9): 67–71, 92.
- [23] 宁静, 徐刚, 张春会, 等. 综放工作面多区支撑顶板的力学模型及破断特征[J]. 煤炭学报, 2020, 45(10): 3418–3426.
- NING Jing, XU Gang, ZHANG Chunhui, et al. Mechanical model and fracturing characteristics of multi-area supporting roof in fully mechanized mining working face[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(10): 3418–3426.
- [24] 徐刚, 张春会, 蔺星宇, 等. 基于分区支承力学模型的综放工作面顶板矿压演化与压架预测[J]. 煤炭学报, 2022, 47(10): 3622–3633.
- XU Gang, ZHANG Chunhui, LIN Xingyu, et al. Predicting ground pressure evolution and support crushing of fully mechanized top coal caving face based on zoning support mechanical model[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(10): 3622–3633.
- [25] 钱鸣高, 缪协兴, 许家林, 等. 岩层控制的关键层理论 [M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2003.
- [26] 同少宏, 尹希文, 许红杰, 等. 大采高综采顶板短悬臂梁-铰接岩梁结构与支架工作阻力的确定[J]. 煤炭学报, 2011, 36(11): 1816–1820.
- YAN Shaohong, YIN Xiwen, XU Hongjie, et al. Roof structure of short cantilever-articulated rock beam and calculation of support resistance in full-mechanized face with large mining height[J]. Journal of China Coal Society, 2011, 36(11): 1816–1820.
- [27] Brady B H G, Brown E T. Rock Mechanics For Underground Mining[M]. KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, New York, 2004.
- [28] 徐刚, 张春会, 张振金. 综放工作面顶板缓慢活动支架增阻预测模型[J]. 煤炭学报, 2020, 45(11): 3678–3687.
- XU Gang, ZHANG Chunhui, ZHANG Zhenjin. Prediction model for increasing resistance of hydraulic support due to slow motion of the roof in mechanized mining working face[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(11): 3678–3687.
- [29] QIN S Q, WANG S J, LONG H, et al. A new approach to estimating geo-stresses from laboratory Kaiser effect measurements[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, 36(8): 1073–1077.
- [30] 郑颖人, 龚晓南. 岩土塑性力学原理: 广义塑性力学 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [31] 陆银龙, 王连国, 杨峰, 等. 软弱岩石峰后应变软化力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 640–648.
- LU Yinlong, WANG Lianguo, YANG Feng, et al. Post-peak strain softening mechanical properties of weak rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 640–648.
- [32] 张帆, 盛谦, 朱泽奇, 等. 三峡花岗岩峰后力学特性及应变软化模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(S1): 2651–2655.
- ZHANG Fan, SHENG Qian, ZHU Zeqi, et al. Study on post-peak mechanical behaviour and strain-softening model of Three Gorges granite[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(S1): 2651–2655.
- [33] 张春会, 赵全胜, 黄鹂, 等. 考虑围压影响的岩石峰后应变软化力学模型[J]. 岩土力学, 2010, 31(S2): 193–197.
- ZHANG Chunhui, ZHAO Quansheng, HUANG Li, et al. Post-peak strain softening mechanical model of rock considering confining pressure effect[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(S2): 193–197.
- [34] LI A, MA Q, MA L, et al. Coal mine abutment pressure distribution based on a model[J]. Frontiers in Physics, 2020, 8: 263.