

# 基于波动理论的带式输送机动张力及不打滑研究

庞晓旭<sup>1,2</sup> 李玉瑾<sup>3</sup> 李军霞<sup>1,2</sup> 寇子明<sup>1,2</sup>

(1. 太原理工大学 机械工程学院, 山西 太原 030024; 2. 山西省矿山流体控制工程(实验室) 技术研究中心, 山西 太原 030024;  
3. 中煤国际工程集团北京华宇工程有限公司, 北京 100011)

**摘要:** 针对带式输送机连续性方程采用偏微分法进行动态分析存在求解复杂的问题, 建立带式输送机弹性连续动力学方程, 在用达朗贝尔原理对带式输送机弹性波动特性进行分析的基础上, 揭示了弹性波在带式输送机二分支边界上的透射和反射传播特性, 得出了反射系数和透射系数之和为 1 的特性, 并由此建立了带式输送机纵向波动动力学方程, 求解出了机头重锤张紧的不同工况下带式输送机启动和制动过程中输送带极限动张力, 并以此得出了带式输送机启(制)动过程中的不打滑条件。

**关键词:** 带式输送机; 行波法; 波动特性; 输送带打滑

中图分类号: TD528

文献标志码: A

文章编号: 0253-2336(2015)04-0092-04

## Study on dynamic tension and non-slipping of belt conveyor based on the wave theory

PANG Xiao-xu<sup>1,2</sup> LI Yu-jin<sup>3</sup> LI Jun-xia<sup>1,2</sup> KOU Zi-ming<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China;

2. Shanxi Provincial Technical Research Center (Lab) of Mine Fluid Control Engineering, Taiyuan 030024, China;

3. Beijing Huayu Engineering Company Limited, Sino-Coal International Engineering Group Beijing 100011, China)

**Abstract:** According to a continuous equation of the belt conveyor, a partial differential method was applied to dynamically analyze complicated problems existed. The elastic continued dynamics equation was established. Based on the D'Alemberts principle applied to analyze the elastic fluctuation features, the paper revealed the transmission and reflection propagation features of the elastic wave at the second branch boundary of the belt conveyor. The features with a sum of the reflection coefficient and the transmission coefficient being one were obtained. Thus a longitudinal fluctuation dynamics model of the belt conveyor was established. The limit dynamic tension occurred in the starting and braking process of the belt conveyor was solved under the different performances of a heavy hammer tension at the conveyor head. The non-slipping condition occurred in the starting and braking process of the belt conveyor was derived.

**Key words:** belt conveyor; traveling wave method; fluctuation features; slipping of belt conveyor

## 0 引言

带式输送机在非稳定运行状态下启(制)动过程, 除了受静张力作用之外, 还受速度变化引起的动张力的影响, 且影响非常大, 因此带式输送机在启(制)动过程中的动张力变化是其进行动态分析的关键因素<sup>[1-2]</sup>。在带式输送机启(制)动过程中, 静

张力和动张力相互叠加, 会引起驱动滚筒处的张力重新分配, 并很可能导致其不平稳运行<sup>[3]</sup>。对于带式输送机波动特性的研究, 前苏联、澳大利亚和德国的研究人员分别对其弹性波动特性及黏弹性动态进行了研究, 并取得了一定的成果<sup>[4-5]</sup>。国内宋伟刚等建立了带式输送机黏弹性动力学方程, 但是在离散求解过程中忽略了黏性阻尼系数的影响<sup>[6-7]</sup>, 且黏弹性动力学方程是含参变量较多的偏微分方程,

收稿日期: 2014-11-15; 责任编辑: 王晓珍 DOI: 10.13199/j.cnki.cst.2015.04.022

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(51105265); 新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-12-1038); 山西省高等学校优秀青年学术带头人资助项目(20120428)

作者简介: 庞晓旭(1983—), 男, 河南叶县人, 博士研究生。Tel: 13935158517, E-mail: pxx8308@163.com

引用格式: 庞晓旭, 李玉瑾, 李军霞, 等. 基于波动理论的带式输送机动张力及不打滑研究[J]. 煤炭科学技术, 2015, 43(4): 92-95.

PANG Xiao-xu, LI Yu-jin, LI Jun-xia, et al. Study on dynamic tension and non-slipping of belt conveyor based on the wave theory[J]. Coal Science And Technology, 2015, 43(4): 92-95.

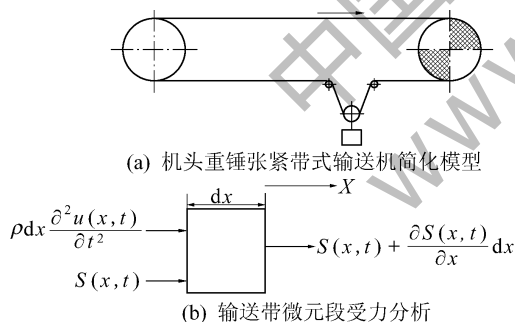
尤其是带式输送机黏弹性连续性方程具有非齐次特性条件下, 对其求解过程相当繁琐, 不易于对带式输送机进行快速定量分析。基于此, 笔者将输送带看作匀质线弹性体, 根据波的传播机理对带式输送机的动力学过程进行分析, 研究采用机头重锤张紧带式输送机的动张力特性及不打滑条件。

## 1 带式输送机弹性连续动力学方程

输送带上任意一点受到扰动时, 扰动都将以波的形式进行传播, 该波以平面纵波(P波)和横波(S波)2种形式进行传播。相对于带式输送机纵向波动而言, 带式输送机宽度方向上的波动可以忽略不计, 因此笔者主要分析带式输送机纵向波动特性。机头驱动且在机头重锤张紧的带式输送机假定为均匀的一维弹性杆。机头重锤张紧带式输送机简化模型和受力分析如图1所示, 在带式输送机运行方向 $X$ 上距改向滚筒 $x$ 处取一微元段 $dx$ , 对其在时间 $t$ 内的纵向动态特性进行分析, 由文献[8-11]可知带式输送机的弹性纵波动力学方程为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

式中:  $c$  为弹性纵波传播速度,  $c = \sqrt{EA/\rho}$ ;  $E$  为输送带的弹性模量;  $A$  为输送带横截面面积;  $\rho$  为输送带线质量;  $u$  为输送带产生的动位移。



$S(x, t)$  为输送带在  $x$  处的张力

图1 带式输送机简化模型和受力分析

由式(1)可知, 其符合一维弹性波的波动方程, 即达朗贝尔公式。由达朗贝尔原理可知, 式(1)的通解为

$$u(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct) \quad (2)$$

其中:  $f$  和  $g$  为任意形式的函数, 其具体形式取决于初始条件和边界条件。 $f$  为逆波, 表示函数  $f$  以速度  $c$  逆着  $X$  方向在输送带内传播;  $g$  为顺波, 表示函数  $g$  以速度  $c$  顺着  $X$  方向在输送带内传播。带式

输送机对于任意的扰动, 总是以行波的形式分别向左右传播, 整体波形为顺波和逆波的叠加。式(1)的解在确定边界条件及初始条件后可以由行波法求得, 但求解过程相对比较繁琐。

## 2 弹性波在输送带二分支边界的特性分析

当带式输送机启动或停止时, 产生的沿输送带承载分支和回程分支传播的弹性波(入射波)分别向带式输送机机尾传播, 当遇到承载分支和回程分支在改向滚筒交界处时, 由于承载分支和回程分支的密度不同, 弹性入射波将分解为反射波和透射波。其中反射波向着驱动滚筒传播, 透射波越过边界沿着回程分支向驱动滚筒方向传播。

由斯奈尔定理和佐普瑞兹方程可知, 弹性波在2种不同介质中传播时, 当入射波法线入射时, 反射系数  $R$  和透射系数  $T$  分别为

$$\begin{cases} R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \\ T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{2\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $Z_1$ 、 $Z_2$  为2种介质的波阻抗, 且分别有  $Z_1 = \rho_1 c_1$  和  $Z_2 = \rho_2 c_2$ ;  $c_1$ 、 $c_2$  分别为波在2种介质中的传播速度;  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别为2种介质的线质量。对于带式输送机而言  $Z = \rho c = \sqrt{EA\rho}$ 。

由于带式输送机承载分支的线质量一般都大于回程分支的线质量, 因此回程分支的波速永远大于承载分支的波速, 而波阻抗则是承载分支大于回程分支。在此将承载分支和回程分支看作具有不同密度的2种介质, 则当入射波由承载分支传入回程分支时, 其反射系数和透射系数分别为

$$\begin{cases} R = \frac{Z_H - Z_C}{Z_H + Z_C} = \frac{\rho_H c_H - \rho_C c_C}{\rho_H c_H + \rho_C c_C} < 0 \\ T = \frac{2Z_C}{Z_H + Z_C} = \frac{2\rho_C c_C}{\rho_H c_H + \rho_C c_C} \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $Z_H$  为回程分支波阻抗;  $Z_C$  为承载分支波阻抗;  $\rho_H$  为承载分支线质量;  $c_H$  为承载分支波传播速度;  $\rho_C$  为回程分支线质量;  $c_C$  为回程分支波传播速度。由式(4)可知, 反射波系数  $R$  为负值, 则说明波由承载分支(波密介质)传入回程分支(波疏介质)时, 反射波的相位和入射波的相位相反, 即入射波为张力波, 则反射波为压缩波。因此承载分支上反射波传回的点上总动张力是减小的, 这种现象也叫半波损失。透射波系数为正值, 则说明透射波和

入射波具有相同的相位,其透过改向滚筒沿着回程分支向驱动滚筒处传播。

当入射波由回程分支向承载分支传播时,其反射系数和透射系数分别为

$$\begin{cases} R = \frac{Z_C - Z_H}{Z_C + Z_H} = \frac{\rho_C c_C - \rho_H c_H}{\rho_C c_C + \rho_H c_H} > 0 \\ T = \frac{2Z_H}{Z_C + Z_H} = \frac{2\rho_H c_H}{\rho_C c_C + \rho_H c_H} \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可知,反射系数和透射系数都大于 0。则说明波由回程分支(波疏介质)向承载分支(波密介质)传播时,反射波、透射波和入射波的相位一致,即入射波为压力波,则反射波和透射波也为压力波。则回程分支上反射波传回的点上总动张力是增大的,透射波则沿承载分支向驱动滚筒处传播。

由以上分析可知,无论波从承载分支向回程分支传播,还是回程分支向承载分支传播,透射波都和入射波具有相同的相位,且反射系数和透射系数具有以下关系:  $R + T = 1$ 。

### 3 带式输送机启动时纵向波动动力学方程

由以上分析知,带式输送机启动过程中,入射波、反射波和透射波的叠加和传播构成了带式输送机过渡过程中的动力学现象。对带式输送机进行分析中,采用偏微分方程进行解析求解,但是偏微分方程的求解非常复杂。而对于采用预启动的带式输送机可以采用更简明的方法进行求解<sup>[12-14]</sup>。

假设带式输送机驱动滚筒与输送带之间不存在滑动,输送带是匀质线弹性体,忽略输送带挠度变化引起的输送带长度变化。则非稳定工况下,带式输送机的动张力  $S_d$  由波阻抗的定义知:

$$S_d = ZV = \rho cV$$

$$F = d(mV)/dt = Vdm_1/dt + m_2 dV/dt$$

其中:  $V$  为输送带截面的位移速度;  $F$  为驱动装置的剩余驱动力,为电动机的驱动力与输送带静阻力之差;  $m$  为带式输送机总等效质量;  $V$  为带式输送机运行速度;  $m_1$  为带式输送机平动部分的质量;  $m_2$  为带式输送机转动部分的质量。对于机头重锤张紧的带式输送机,其动力学方程为<sup>[10-12]</sup>:

$$F = T_g/R_g - F_u = V\rho_C c_C + m_2 dV/dt \quad (6)$$

其中:  $T_g$  为电动机输出转矩;  $R_g$  为驱动滚筒半径;  $F_u$  为带式输送机运行阻力。对于机头重锤张紧的带式输送机,驱动滚筒输送带奔离点处的静张力为重锤质量的  $1/2$ ,动张力为 0。则在初始条件为

$t=0, V=0$  时,  $V(t) = [1 - \exp(-tc_C\rho_C/m_2)]F/(c_C\rho_C)$ 。带式输送机运行加速度  $a(t) = F[1 - \exp(-tc_C\rho_C/m_2)]/m_2$ 。输送带驱动滚筒处趋入点的动张力为  $S_{d1}(t) = c_C\rho_C V(t) = F[1 - \exp(-tc_C\rho_C/m_2)]$ 。分析带式输送机空载启动和重载启动 2 种工况下的  $S_{d1}(t)$ 。

1) 空载启动。空载启动时,带式输送机承载分支和回程分支的线质量可以近似看作相等,此时由弹性波在输送带二分支边界上的特性可知,反射系数为零,即不发生反射。当弹性波传递到重锤张紧处时,波在此发生反射,反射系数为负值,然后波沿输送带返回到驱动滚筒处,此时弹性波经历的时间等于其 2 次环绕带式输送机的时间。由以上分析可知,当弹性波到达驱动滚筒处时,带式输送机驱动滚筒处趋入点动张力降低到极限值为

$S_{d1}(t) = c'_C\rho'_C V(t) = F'[1 - \exp(-tc'_C\rho'_C/m_2)]$  式中:  $c'_C$  为空载时输送带承载分支的波速;  $\rho'_C$  为空载时输送带承载分支的密度;  $F'$  为空载时带式输送机驱动装置的剩余力。

2) 重载启动。带式输送机承载分支的密度大于回程分支点密度,故弹性波传递到上下分支的分界处时,一部分波将发生反射,反射系数为负值,此时,引起带式输送机驱动滚筒趋入点的动张力降低。弹性波在此时间段内  $S_{d1}(t)$  极限值为

$S_{d1}(t) = c''_C\rho''_C V(t) = F''[1 - \exp(-tc''_C\rho''_C/m_2)]$  式中:  $c''_C$  为重载时输送带承载分支的波速;  $\rho''_C$  为重载时输送带承载分支的密度;  $F''$  为重载时带式输送机驱动装置的剩余力。

带式输送机启动时不打滑的条件为

$$S_1 + S_{d1} \leq S_2 \exp(\mu\alpha_0) \quad (7)$$

其中:  $S_1$  为输送带在驱动滚筒上趋入点的静张力;  $S_2$  为输送带在驱动滚筒上奔离点的静张力;  $\alpha_0$  为输送带在驱动滚筒上的围包角;  $\mu$  为驱动滚筒与输送带间的摩擦因数。由式(7)可知,保证带式输送机启动时不打滑所需要的重锤重力  $G = 2S'_2$ ,其中,  $S'_2$  为重载和空载启动时两者中的最大值。

### 4 带式输送机制动时纵向波动动力学方程

带式输送机的制动过程虽然和启动过程有很多相似之处,但是带式输送机启动前的张力图是未知的,制动前的张力图和带式输送机稳定运行时是一致的,制动设计的不合理导致在停机过程中会产生很大的震荡,停机过程中过低的张紧力会造成带式

输送机叠带和打滑等事故, 过大的减速度会导致带式输送机产生很大的振动及打滑等<sup>[12-14]</sup>。

机头重锤张紧的带式输送机制动时的微分方程为<sup>[7, 13-14]</sup>:

$$m_2 d(v_0 - v)/dt + c_c \rho_c (v_0 - v) = F_1 + F_z \quad (8)$$

其中:  $v_0$  为带式输送机稳定运行时的速度;  $v$  为带式输送机制动时的瞬时速度;  $F_1$  为承载分支的运行静阻力;  $F_z$  为等效到滚筒外缘的制动力。初始条件  $t=0$  时  $v=v_0$ , 则式(8)的解为

$$v(t) = v_0 + \left( \exp \frac{-tc_c \rho_c}{m_2} - 1 \right) \frac{F_1 + F_z}{c_c \rho_c}$$

$$a_1(t) = -\exp(-tc_c \rho_c/m_2) (F_1 + F_z)/m_2$$

$$S_{d1}(t) = c_c \rho_c (v_0 - v(t)) =$$

$$(F_1 + F_z) [\exp(-tc_c \rho_c/m_2) - 1]$$

同启动工况一样, 驱动滚筒奔离点的动张力为0, 静张力为重锤质量的1/2。

1) 空载制动。空载带式输送机进行制动停车时, 驱动滚筒处的趋入点的最小张力在反射波从重锤张紧处返回经历时间  $t=2(L/c'_c + L/c_H)$  后出现, 则此时带式输送机启动时输送带在驱动滚筒处趋入点的动张力  $S_{d1} = (F'_1 + F_z) [\exp(-tc'_c \rho'_c/m_2) - 1]$ , 其中:  $F'_1$  为空载时带式输送机运行静阻力。

2) 重载制动。重载带式输送机进行制动停车时, 弹性波在带式输送机二分支边界上发生反射, 反射系数为负值, 当反射波传递到驱动滚筒时, 趋入点的张力达到最小, 弹性波传播时间为  $t=2L/c_c$ 。则趋入点的动张力  $S_{d1} = (F''_1 + F_z) [\exp(-ct''_c \rho''_c/m_2) - 1]$ 。带式输送机制动时不打滑的条件为  $S_2 \leq (S_1 - S_{d1}) \exp(\mu \alpha_0)$ 。

## 5 结 论

揭示了带式输送机弹性波在承载分支和空载分支二分支边界的特性, 导出了弹性波由承载分支和

空载分支之间传播的透射系数和反射系数。建立了机头重锤张紧带式输送机纵向波动动力学方程, 求得了带式输送机启动时输送带在驱动滚筒处趋入点的极限动张力。根据波动特性, 求解了不同工况下带式输送机的极限动张力, 并得出了考虑动张力的带式输送机不打滑的条件。

## 参考文献:

- [1] 杨复兴. 带式输送机结构、原理与计算[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1983: 13-25.
- [2] 宋伟刚. 散装物料带式输送机设计[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2000: 10-18.
- [3] 宋伟刚, 王丹, 左博. 单点驱动带式输送机动力学分析的半解析方法[J]. 煤炭学报, 2012, 37(1): 217-223.
- [4] Harrison A. Belt Conveyor Research 1980-2000[J]. Bulk Solids Handling, 2001, 21(2): 159-164.
- [5] Nordell. Overland Conveyors Designed for Efficient Cost and Performance[J]. Bulk solids handling, 2006(1): 44-53.
- [6] 左博, 宋伟刚, 万亮亮. 基于行波理论的带式输送机启动“S曲线”的比较分析[J]. 矿山机械, 2011, 39(10): 46-52.
- [7] 宋伟刚, 柳洪义. 带式输送机动力学及其计算机仿真研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(9): 133-138.
- [8] 李玉瑾. 带式输送机的动态特性分析与软启动设计[J]. 煤炭学报, 2002, 27(3): 294-299.
- [9] Hans Lauhoff, 宋伟刚. 带式输送机的速度控制与节能[J]. 煤炭科学技术, 2009, 37(5): 75-82.
- [10] 李光布. 基于几何非线性大型带式输送机动力学仿真[J]. 中国机械工程, 2007(31): 23-26.
- [11] 乔燕雄. 带式输送机起、制动阶段的动态特性研究[D]. 北京: 华北电力大学(北京), 2010: 31-33.
- [12] 吴波, 廉自生, 张鑫. 长距离带式输送机输送带的动态特性仿真[J]. 煤炭科学技术, 2014, 42(2): 82-84.
- [13] 王爱兵, 宋兴元, 侯红伟. 带式输送机正常停机过程的动力学行为仿真[J]. 煤炭科学技术, 2009, 37(12): 58-61.
- [14] 孙可文. 带式输送机传动理论与设计计算[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1988: 15-28.
- [15] 吴东燕. 地下矿山压风自救系统的设计[J]. 中国矿业, 2012(S1): 507-508.
- [16] 王运敏. 中国采矿设备手册[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 1231-1235.
- [17] 刘超, 李敬兆, 闫鹏程, 等. 螺杆式空气压缩机故障分析与模糊诊断[J]. 煤矿机械, 2014, 35(1): 230-231.
- [18] 于励民, 仵自连. 矿山固定设备选型使用手册[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2007: 229-239.
- [19] 王德明. 矿井通风与安全[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2006: 25-28.
- [20] 王继仁, 翟桂武. 现代化煤矿生产技术[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2012: 32-39.
- [21] 王磊, 金龙哲, 高娜, 等. 布尔台煤矿2-2煤永久避难硐室的构建及紧急避险系统建设问题研究[J]. 中国矿业, 2013, 22(1): 123-126.
- [22] 煤矿安全规程专家解读编委会. 《煤矿安全规程》专家解读[M]. 2011年修订版. 北京: 煤炭工业出版社, 2011: 11-12.
- [23] 孙继平. 煤矿井下紧急避险关键技术[J]. 煤炭学报, 2011, 36(11): 1890-1894.

(上接第73页)