

# 基于正态分布置信区间分析法求岩石单轴抗压强度

王 浩<sup>1</sup> 牟宗龙<sup>1,2</sup> 易恩兵<sup>1</sup> 王云峰<sup>3</sup>

(1. 中国矿业大学 煤炭资源与安全开采国家重点实验室 江苏 徐州 221116; 2. 兖矿集团有限公司 博士后工作站 山东 邹城 273500;  
3. 中国矿业大学(北京) 资源与安全工程学院 北京 100083)

**摘要:** 为求得更准确的岩石单轴抗压强度, 基于岩石单轴抗压强度实验室测定方法, 分析了实验室岩石试件测试过程中由于试件尺寸、试件含水率、实验仪器等因素引起的试验误差, 因而采用求平均值法处理试验数据结果与实际结果相差较大。因此据参数估计中标准正态分布  $N(0,1)$  的  $t$  分布性质, 引入一个与众数相关的新函数, 对试验数据进行置信区间分析, 得出岩石单轴抗压强度为 47.59 MPa, 与求平均值法得到的 46.74 MPa 相比更接近现场实测值 49.00 MPa, 表明置信区间分析法优于求平均值法。

**关键词:** 岩石单轴抗压强度; 置信区间; 参数估计;  $t$  分布

中图分类号: TD313.3 文献标志码: A 文章编号: 0253-2336(2013)04-0013-03

## Uniaxial Compressive Strength of Rock Calculated With Confidence Interval Analysis Method Based on Normal Distribution

WANG-hao<sup>1</sup>, MU Zong-long<sup>1,2</sup>, YI En-bing<sup>1</sup>, WANG Yun-feng<sup>3</sup>

(1. National Key Lab of Coal Resources and Safe Mining, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China;  
2. Postdoctoral Work Station, Yanzhou Coal Mining Group, Zoucheng 273500, China;  
3. School of Resources and Safety Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China)

**Abstract:** In order to measure more accurate uniaxial compressive strength of the rock based on the lab measuring method of the uniaxial compressive strength, the paper analyzed the experiment error caused by the specimen size, specimen water content, experiment instrument and other factors during the rock specimen measuring process in the lab. Thus there was a big difference between the experiment data results processed with the average value method and the actual results. Therefore, based on the  $t$  distribution properties of the normal distribution  $N(0,1)$  in the parameter estimation, a new function related to the mode was applied to analyze the confidence interval of the experiment data. In comparison with 46.74 MPa obtained with the average value method, 47.59 MPa of the rock uniaxial compressive strength obtained was more closed to 49.00 MPa of the site measured value. The confidence interval analysis method was better than the average value method.

**Key words:** uniaxial compressive strength of rock; confidence interval; parameters estimation;  $t$  distribution

## 0 引言

岩石的单轴抗压强度是岩石的主要物理技术指标之一, 对煤炭开采活动中巷道支护及开采动力灾害的防治具有重要意义<sup>[1-3]</sup>。在测定过程中, 其实验室测定值受多个因素影响, 含水率、温度、尺寸以

及测定人员的熟练程度都会对测定值造成影响<sup>[4-7]</sup>。此外, 对岩石单轴抗压强度试验测定值的常规处理方法为简单求平均值法, 此方法虽然计算简单, 易于理解, 但是其置信水平不高, 当部分测定值严重偏离真实值时, 此方法求得的平均值也与真实值偏离较大。国内学者做了大量测定岩石单轴抗

收稿日期: 2012-11-19; 责任编辑: 曾康生

基金项目: “十二五”国家科技支撑计划资助项目(2012BAK09B01); 国家自然科学基金资助项目(511104150); 中国博士后科学基金第四批特别资助项目(201104609); 山东省博士后创新项目专项资金资助项目(201002009)

作者简介: 王 浩(1987—), 男, 河南永城人, 硕士研究生。通信作者: 牟宗龙, Tel: 15262142909, E-mail: muzonglong@163.com

引用格式: 王 浩, 牟宗龙, 易恩兵, 等. 基于正态分布置信区间分析法求岩石单轴抗压强度[J]. 煤炭科学技术, 2013, 41(4): 13-15.

压强度的分析研究<sup>[8-9]</sup>，文献[10]通过建立数学模型得出岩石单轴抗压强度与声波时差、地层深度的二元回归关系，文献[11]通过改进GM(1,1)模型与跳变灰过程理论耦合，相对减少了试验误差。笔者采用数理统计方法<sup>[12]</sup>对实验室测得的岩石试件抗压强度值进行置信区间分析，以期得到具有更高置信水平的单轴抗压强度。

## 1 岩石抗压强度实验室测定

试件加工与试验遵照MT44—1987、MT45—1987、MT47—1987、MT173—1987《煤和岩石物理力学性质测定方法》的规定执行，并参照国际岩石力学学会实验室和现场试验标准化委员会编制的《岩石力学试验建议方法》。岩石试件单轴抗压强度 $R$ 按式(1)计算

$$R = P/F \quad (1)$$

式中： $P$  为试件破坏载荷，kN； $F$  为试件的初始截面积， $m^2$ 。

## 2 正态分布置信区间分析法的原理

### 2.1 原理和公式

在岩石单轴抗压强度测定中，单个试件的测定值由于受多个因素影响，与待测岩石真实单轴抗压强度有一定偏差。假定无限地增加岩石试件的数目，根据数理统计的结论<sup>[12]</sup>，可知所有的测定值在以真实单轴抗压强度为对称轴的两侧摆动，符合正态分布的特征。把岩石真实单轴抗压强度看作一个总体，加工出来的试件测定值为一个试验样本，则可运用数理统计中置信区间的计算原理对其进行置信区间的分析。

设 $n$ 个岩石试件单轴抗压强度的实验室测定值为 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 。把这些数据看作总体岩石单轴抗压强度的一个试验样本 $X$ ，则样本 $X$ 的平均值 $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n$ ， $X_i$ 为第 $i$ 个试件单轴抗压强度测定值， $X$ 的样本均方差 $s^2$ 为

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)$$

分析表明，岩石试件单轴抗压强度的实验室测定值服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ ，其中： $\mu$  为待测岩石单轴抗压强度的真实值； $\sigma^2$  为 $\mu$  的方差； $s^2$  为 $\sigma^2$  的无偏估计。则试验样本 $X$ 的平均值 $\bar{X}$ 满足： $(\bar{X} - \mu) / (s / \sqrt{n}) \sim t(n-1)$ 。

$$(\sigma / \sqrt{n}) \sim N(0, 1); (\bar{X} - \mu) / (s / \sqrt{n}) \sim t(n-1)。$$

即样本岩石试件单轴抗压强度的实验室测定值经过变换，可转换为标准正态分布 $N(0, 1)$ 或 $t$ 分布。当任意取一个适量的较小值 $\alpha$ 时，由 $t$ 分布的性质可得置信水平为 $1 - \alpha$ 时，待测岩石单轴抗压强度测定值的置信区间为<sup>[12]</sup>：

$$[\bar{X} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha}(n-1), \bar{X} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha}(n-1)] \quad (2)$$

### 2.2 岩石单轴抗压强度的取值

由2.1中的分析可知：若岩石试件的单轴抗压强度在式(2)所示的范围内取值，根据测定需要，当 $\alpha$ 取较小值时，则只需在2个端点值中确定一个为岩石单轴抗压强度的值，即可使其置信水平达到较高的 $1 - \alpha$ 。为了使有限的岩石试件测定值能表现出无限的岩石试件测定值与真实值的偏离趋势，并放大有限的试件测定值与真实值的偏离程度，引入一个函数 $F(X)$ 。 $F(X)$ 表示与单个岩石试件测定值 $X_i$ 最接近的尾数为5或0的正整数。 $X_i$ 为0~3、4~8、9~13、14~18、19~23…时，相对应的 $F(X_i)$ 取0、5、10、15、20…。再寻找 $F(X)$ 的众数 $\bar{F}(X)$ ，比较 $\bar{F}(X)$ 与 $\bar{X}$ 的大小关系：①若 $\bar{F}(X) \geq \bar{X}$ ，则取岩石的单轴抗压强度为 $\bar{X} + t_{\alpha}(n-1) s / \sqrt{n}$ ；②若 $\bar{F}(X) < \bar{X}$ ，则取岩石的单轴抗压强度为 $\bar{X} - t_{\alpha}(n-1) s / \sqrt{n}$ 。由以上分析可得出岩石试件单轴抗压强度较高置信水平的测定值。

## 3 置信区间分析法的实际应用

根据第2节中数值置信区间分析法的原理，对某矿的工作面进行岩石试件采集，并对岩石试件单轴抗压强度的测试结果进行分析处理。

### 3.1 岩石单轴抗压强度的实验室测定

岩石单轴抗压强度的实验室测定方法为：将采集的岩石加工为标准 $\phi 50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ 圆柱形试件，选出9组分别在SANS材料试验机以 $0.5 \sim 1.0 \text{ MPa/s}$ 的速度加载，直至破坏，记录此时试验机的峰值载荷。

岩石试件的单轴抗压强度测定由信号记录仪在压力机加载过程中直接记录试件冲击破坏时的最大载荷值，并根据最大载荷值与对应试件的参数由式(1)计算出单个岩石试件单轴抗压强度值。实验室测得的岩石试件单轴抗压强度见表1。

表1 实验室测得的岩石单轴抗压强度

试件编号	单轴抗压强度/MPa	$X^2$	$F(X)$
1	50.68	2 568.46	50
2	48.20	2 323.24	50
3	44.05	1 940.40	45
4	45.75	2 093.06	45
5	49.19	2 419.65	50
6	44.83	2 009.72	45
7	48.26	2 329.03	50
8	42.98	1 847.28	40
9	46.75	2 185.56	45

### 3.2 岩石单轴抗压强度的数据分析

运用第2节中的分析结果并结合表1中的数据

可得: 试验样本  $X$  的平均值  $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i = 46.74$ , 试验样本  $X$  的样本平方和为:  $\sum_{i=1}^n X_i^2 = 19716.42$ , 试验样本  $X$  的均方差  $s^2$  为:  $s^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n - 1) = (\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2) / (n - 1) = 6.496$ 。若取  $\alpha$  为 0.05, 则置信水平  $1 - \alpha = 0.95$ 。即岩石的单轴抗压强度在确定的置信区间内取值时, 其置信水平达到 95% 以上。查参考文献 [12] 中  $t$  分布表得:  $t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0.05/2}(9-1) = 2.306$ 。

将以上数据代入式(2), 得在置信水平为 95% 的岩石单轴抗压强度的置信区间为 [45.89, 47.59]。样本岩石试件测定值  $X_1, X_2, \dots, X_n$  对应的  $F(X)$  见表1, 从表1中单个试件测定值可知,  $F(X)$  对应的众数  $\bar{F}(X)$  有 2 个值 45 和 50。但实测数据中多为大于  $\bar{X} = 46.74$  的值, 所以取  $F(X)$  的众数  $\bar{F}(X)$  为 50。即  $\bar{F}(X) > \bar{X}$ , 取岩石的单轴抗压强度为  $\bar{X} + t_{\alpha}(n-1)s/\sqrt{n} = 47.59$ 。即待测岩石的单轴抗压强度为 47.59 MPa。

### 4 与常规试验结果的对比

常规试验结果处理采用求平均值法, 即  $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i/n$ 。从表1中数据可知, 由常规方法求得的岩石单轴抗压强度  $\bar{X} = 46.74$  MPa。而通过引入新函数  $F(X)$ , 由置信区间分析得出的岩石单轴抗压强度为:  $\bar{X} + t_{\alpha}(n-1)s/\sqrt{n} = 47.59$  MPa。

通过分析工作面前方顶板破碎时单体支柱的工作阻力, 并对比同采区同层位岩石力学性质测定情况, 表明岩石破坏所需应力约为 49 MPa。可见由置

信区间分析得出的结果更接近真实值, 表明置信区间分析方法优于常规求平均值方法。

### 5 结论

1) 实验室测定岩石单轴抗压强度的过程中, 由于试验仪器、岩石含水率、试件的尺寸差异、试验人员的熟练程度等, 对试件测定结果有影响。因此, 试件测定结果的后期处理很重要。

2) 较常用的岩石试件单轴抗压度试验数据处理方法为求平均值法。此方法虽然操作简单, 易于理解。但是与待测岩石的真实单轴抗压强度值偏离较大。需要新的数学方法对试验数据做更精确的处理。

3) 应用概率论与数理统计中  $t$  分布与置信区间的知识, 并引入一个新函数  $F(X)$ , 结合众数的概念, 对试验结果作置信区间的分析, 使试验数据具有更高的置信水平。结果表明运用此分析方法得到的数值比常用的求平均值法得到的单轴抗压强度更接近真实值。

### 参考文献:

- [1] 窦林名, 曹其伟, 何学秋, 等. 冲击矿压危险的电磁辐射监测技术 [J]. 矿山压力与顶板管理, 2002, 19(4): 89-91.
- [2] 窦林名, 赵从国, 杨思光, 等. 煤矿开采冲击矿压灾害防治 [M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2006: 1-3.
- [3] 窦林名, 何学秋. 冲击矿压防治理论技术 [M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2001: 1-4.
- [4] 李大伟, 侯朝炯. 低强度软岩巷道大变形围岩稳定控制试验研究 [J]. 煤炭科学技术, 2006, 34(3): 36-39.
- [5] 李运勇, 唐小平. 焦炭强度影响因素研究 [J]. 煤炭科学技术, 2001, 29(4): 57-60.
- [6] 李松涛. 某高层建筑桩基岩石抗压强度测试成果分析 [J]. 中山大学学报论丛, 2004, 24(5): 251-253.
- [7] 刘宝琛. 岩石抗压强度的尺寸效应 [J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6): 611-614.
- [8] 邵小曼. 岩石抗压强度的随机-模糊分析 [J]. 水电站设计, 2001, 17(3): 76-79.
- [9] 刘效云. 浅谈岩石抗压强度试验中应注意的几个问题 [J]. 煤炭科技, 1999(1): 18-20.
- [10] 王渊, 李兆敏, 王德新. 岩石抗压强度回归模型的建立 [J]. 断块油气田, 2005, 12(2): 17-19.
- [11] 朱珍德, 张爱军. 岩石抗压强度与试件尺寸相关性试验研究 [J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2004, 32(1): 42-45.
- [12] 吴群英, 林亮. 应用数理统计 [M]. 天津: 天津大学出版社, 2004: 23-86.